

## 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

УДК: 551.463.8(262.54)

DOI: 10.23885/2500-395X-2019-1-4-217-222

### ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЧНЫХ НАНОСОВ ДОНА В ТАГАНРОГСКОМ ЗАЛИВЕ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

А.В. Клещенков<sup>1</sup>, В.В. Сорокина<sup>1</sup>, А.Л. Чикин<sup>1</sup>, Л.Г. Чикина<sup>2</sup><sup>1</sup> Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону<sup>2</sup> Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

geo@ssc-ras.ru, v.sorok@mail.ru, chikin1956@gmail.com, lchikina@sfedu.ru

**Аннотация.** Приведены основные уравнения, описывающие математическую модель процесса переноса и осаждения твердого стока из Дона в Таганрогский залив. Гидродинамика описывается двухслойной моделью ветровых течений, транспортная составляющая описывается уравнением конвекции-диффузии. Процесс осадконакопления взвешенных наносов на устьевом взморье Дона рассмотрен при разных ветровых ситуациях. Установлено, что под действием восточного ветра 6–8 м/с в течение всего расчетного периода (6–7 календарных дней) движение воды в Таганрогском заливе носит поступательный характер, а под действием юго-западного ветра такой же скорости картина линий тока меняется во времени, от поступательных движений в первые сутки до образования двух циркуляционных зон в районе г. Таганрога и в центральной части устьевого взморья. Показано, что поля концентрации взвеси подобны для разных фракционных групп взвешенного вещества. Под действием восточного ветра они вытянуты вдоль продолжения оси основных рукавов дельты на устьевом взморье, под действием юго-западного – прижаты к устьям. При сгоне тяжелые фракции взвеси оседают в районе Азово-Донского судоходного канала, а легкие – выносятся течением в сторону залива. При нагоне оседание взвеси происходит вблизи устьевого створа, тяжелые фракции образуют три области деформации дна возле устьев основных рукавов, легкие – только две.

**Ключевые слова:** взвешенное вещество, седиментация, математическая модель, уравнение переноса, вычислительный эксперимент.

Исследованию современного осадконакопления в Азовском море и роли речного стока в этом процессе посвящено немало работ [1, 2, 3, 4, 5]. Несмотря на сложившееся понимание основных закономерностей седиментации, особенности этого процесса в отдельных районах Азовского моря, таких как взморье Дона, прибрежные районы, изучены недостаточно. Существенную помощь для дополнения результатов наблюдений может оказать анализ, выполненный с использованием математического моделирования.

Цель работы – с помощью математической модели провести вычислительные эксперименты, чтобы определить районы оседания речного твердого стока в зависимости от ветровой ситуации, а также выяснить, куда выносятся легкие и где оседают тяжелые фракции взвеси.

Используемая для расчетов математическая модель содержит гидродинамическую и транспортную составляющие. Гидродинамическая составляющая описана двухслойной моделью ветрового течения [6].

Суть подхода состоит в разбиении исходной трехмерной области расчета  $\Omega$  (водной толщи водоема) ограниченной сверху акваториальной, а снизу дон-

ной поверхностью на две – глубоководную и мелководную части. Для декомпозиции пространственной области моделирования  $\Omega$  проведем горизонтальную секущую плоскость  $P$ , отстоящую от невозвышенной поверхности водоема  $P_0$  на глубине, равной максимальной глубине мелководья (рис. 1). Таким образом плоскость  $P$  разделила исходную область на две подобласти: верхний слой  $\Omega_1$  (слой I) – все мелководье и верхняя часть глубоководного слоя, и глубоководный слой  $\Omega_2$  (слой II). Предполагается, что эффект осушения из-за сгона воды может присутствовать только в мелководных районах.

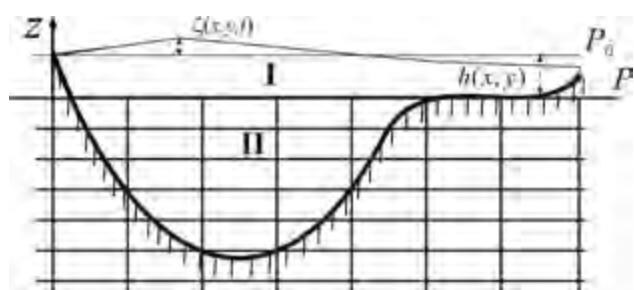


Рис. 1. Вертикальный разрез водоема с обширным мелководьем

Движение воды в слое I описывается уравнениями мелкой воды:

$$\frac{du_s}{dt} - \Omega v_s = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{H} - \frac{\tau_{bx}}{H} + F_x(x, y), \quad (1)$$

$$\frac{dv_s}{dt} + \Omega u_s = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 v_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{H} - \frac{\tau_{by}}{H} + F_y(x, y), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial H u_s}{\partial x} + \frac{\partial H v_s}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $H=h+\zeta$ ;  $h=h(x, y)$  – глубина мелководного слоя;  $u_s=u_s(x, y, t)$ ,  $v_s=v_s(x, y, t)$  – скорости в слое I; функции  $F_x(x, y)$  и  $F_y(x, y)$  описывают взаимодействие верхнего и нижнего слоев между собой;  $\zeta=\zeta(x, y, t)$  – возмущение уровня воды;  $\Omega$  – коэффициент Кориолиса;  $\tau_{sx}$ ,  $\tau_{sy}$  – проекции на оси  $OX$  и  $OY$  силы трения ветра о поверхность водоема;  $\tau_{bx}$ ,  $\tau_{by}$  – проекции на оси  $OX$  и  $OY$  силы трения жидкости о дно (или нижний слой воды). Эти величины зависят от скорости ветра  $\bar{W}_B\{W_x, W_y\}$  и течения  $\bar{W}_T\{u_s, v_s\}$  и определяются так:  $\bar{\tau}_s = \gamma |\bar{W}_B| \bar{W}_B$ ,  $\bar{\tau}_B = \gamma |\bar{W}_T| \bar{W}_T$ ,  $\beta(x, y)$  – коэффициент трения верхнего слоя жидкости о дно (или о глубоководный слой);  $\gamma$  – коэффициент трения ветра о слой I.

Движение воды в глубоководном слое II описывается системой, состоящей из уравнений количества движения, уравнения неразрывности среды и уравнения гидростатического давления:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \Omega v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_z \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \Omega u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_z \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad p = g\rho(\zeta - z) + p_a.$$

Здесь  $u=u(x, y, z, t)$ ,  $v=v(x, y, z, t)$ ,  $w=w(x, y, z, t)$  – компоненты вектора скорости;  $p(x, y, z, t)$  – давление;  $x, y, z, t$  – пространственные переменные и время соответственно;  $p_a=p_a(x, y)$  – атмосферное давление;  $v_{xy}$ ,  $v_z(z)$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной вязкости соответственно;  $\rho$  – плотность воды;  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$  – ускорение силы тяжести.

Уравнения (1) – (5) замыкаются соответствующими граничными условиями.

Модель переноса взвешенного вещества представлена в работе [7], где реализована для изучения загрязнения южной части Цимлянского водохранилища.

В предположении, что донные отложения состоят из  $k$  фракций ( $k=1, \dots, N$ ), перенос взвеси описывается уравнением конвекции-диффузии

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} + \frac{\partial (u c_k)}{\partial x} + \frac{\partial (v c_k)}{\partial y} + \frac{\partial [(w - w_{sk}) c_k]}{\partial z} = \varepsilon_{xy} \left( \frac{\partial^2 c_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_k}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_z \frac{\partial c_k}{\partial z} \right),$$

где  $c_k$  – концентрация  $k$ -ой фракции;  $w_{sk}$  – собственная скорость оседания  $k$ -ой фракции;  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_z$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно.

На свободной поверхности задается условие  $\varepsilon_z \frac{\partial c_k}{\partial z} + w_{sk} c_k = 0$ . На дне ставится условие  $\varepsilon_z \frac{\partial c_k}{\partial z} + w_{sk} c_k = 0$ , где  $E_{bk}$  – расход при размывании, а  $D_{bk}$  – расход оседающих частиц. Поступление твердого стока из реки описывается уравнением  $\varepsilon_{xy} \frac{\partial c_k}{\partial n} + V_r c_k = Q_{rk}$ , где  $V_r$  – скорость реки;  $Q_{rk}$  – расход твердого стока (боковой приток);  $n$  – нормаль к боковой границе.

Весь процесс переноса взвешенного вещества в водной среде состоит из размывания донного осадка, если скорость течения достаточно большая, оседания взвешенных частиц в случае малой скорости течения, и, собственно, самого переноса взвеси водной средой. Приведенные граничные условия учитывают процессы взмучивания и оседания вещества, его поступление через границы.

Толщина донного осадка задается уравнением деформации основания:

$$\rho_s (1 - \sigma) \frac{\partial Z_*}{\partial t} = D_b - E_b,$$

где  $\sigma$  – пористость дна;  $\rho_s$  – осредненная плотность донного осадка,  $D_b$ ,  $E_b$  – суммарные расходы всех фракций,  $Z_*$  – толщина донного осадка.

Численно установлено, что при действии восточного ветра 6–8 м/с в течение всего расчетного периода (6–7 календарных дней) движение воды носит поступательный характер с отсутствием каких-либо циркуляционных зон.

При действие юго-западного ветра 6–8 м/с картина линий тока меняется во времени. В первые сутки движение воды имеет поступательный характер (рис. 2Рис.). Затем начинают образовываться две циркуляционных зоны: одна в районе Таганрога, другая примерно в центральной части устьевого взморья. Через 4–5 суток движение воды принимает установившийся характер с двумя ярко выраженными циркуляционными зонами (рис.3).

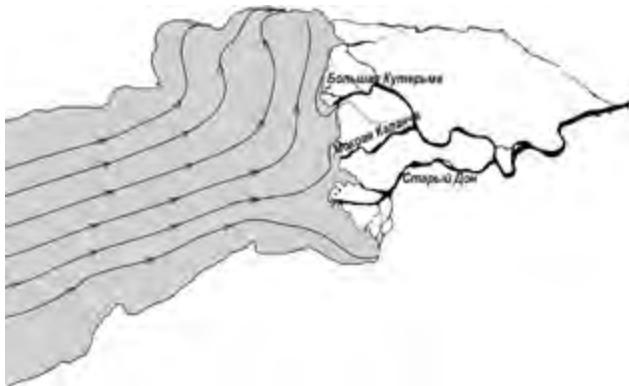


Рис. 2. Линии тока течения в Таганрогском заливе после первых суток действия юго-западного ветра 6–8 м/с

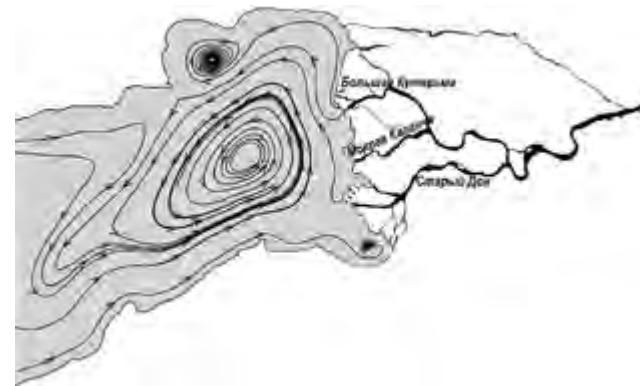


Рис. 3. Линии тока течения в Таганрогском заливе после 4 суток действия юго-западного ветра 6–8 м/с

При проведении численного исследования распределения твердого стока по взморью рассмотрены два типа взвешенного вещества: относительно легкое и относительно тяжелое. Входные данные для этих типов вещества заданы значениями критического напряжения на оседание и размывание, а также скоростью оседания. Вычислительные эксперименты показали, что поля концентрации взвеси подобны для обеих фракционных групп.

Существенное влияние на распределение взвешенного вещества оказывает ветровая ситуация. Распространение взвеси при действии восточного ветра 6–8 м/с (сгон) происходит в виде двух пятен: одно, более широкое, образовано взвесью из рукава Большая Кутерьма, другое, вытянутое вдоль Азовского судоходного канала, – из рукава Старый Дон (рис. 4). Количество взвешенных наносов, поступающих из рукава Мокрая Каланча изначально значительно меньше, чем из двух других рукавов. Кроме того, скорость течения при сгоне воды успевает снизить здесь концентрацию взвеси до значений, пренебрежимо малых по сравнению с концентрациями, образованными твердым стоком из рукавов Большая Кутерьма и Старый Дон.

При действии юго-западного ветра 6–8 м/с (нагон) течение воды «прижимает» взвесь к устьям рукавов Дона, не давая распространяться в сторону залива. Нагонное течение препятствует проникновению взвеси из рукава Мокрая Каланча, тем самым образуя третье пятно взвешенного вещества (рис. 5).

Численное исследование процесса деформации дна за счет осадконакопления твердого стока показало, что при восточном ветре 6–8 м/с крупная взвесь начинает оседать ближе к устьевому створу (рис. 6) и деформация дна при этом значительней, чем при оседании мелкой взвеси (рис. 7). Легкие фракции взвеси не осаждаются в районе Азовско-Донского судоходного канала в отличие от тяжелых фракций, а выносятся течением в сторону залива.

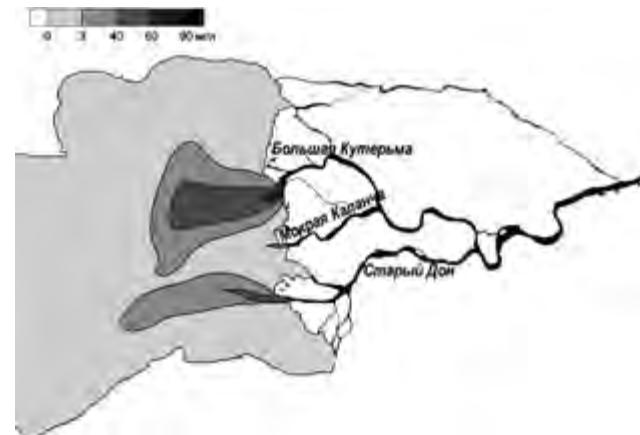


Рис. 4. Распределение концентраций взвешенного вещества (мг/л) на взморье Дона после действия восточного ветра 6–8 м/с в течение 7 суток



Рис. 5. Распределение концентраций взвешенного вещества (мг/л) на взморье Дона после действия юго-западного ветра 6–8 м/с в течение 7 суток

Модельный эксперимент на 26–28 июля 2018 г. выполнен с использованием данных о ветровой ситуации ГМС Таганрог. Расчетные значения концентрации взвешенного вещества сравнивались с наблюдаемыми величинами взвеси в трех точках (A, B, C) устьевого взморья Дона (рис. 8). Относительная погрешность рас-

четов на конец эксперимента (28.07.2018 г.) в выбранных точках изменялась от 1 до 12 %. Лучшие результаты наблюдались в точке В, где погрешности расчетов составляли 9.5 % в начале и 3.5 % в конце эксперимента.



Рис. 6. Величина деформации дна (мм) на взморье Дона в случае крупной взвеси при действии восточного ветра 6–8 м/с

Анализ сопоставления результатов моделирования и данных наблюдений показал высокую степень соответствия расчетных и наблюдавшихся *in situ* значений (рис. 9).



Рис. 7. Величина деформации дна (мм) на взморье Дона в случае мелкой взвеси при действии восточного ветра 6–8 м/с

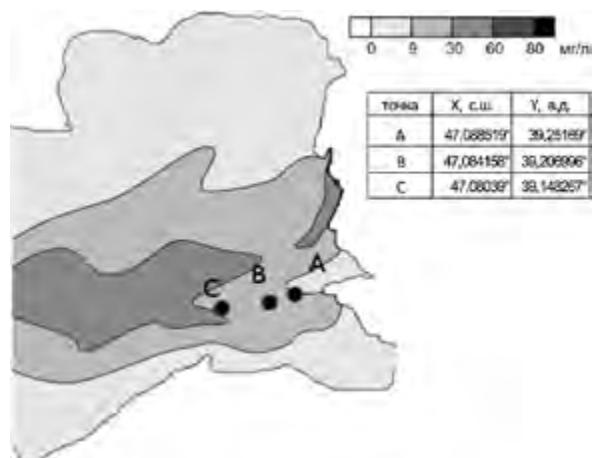


Рис. 8. Распределение концентрации взвешенного вещества (мг/л) при восточном ветре на конец эксперимента (28.07.2018 г.) и точки наблюдений за концентрацией взвеси.

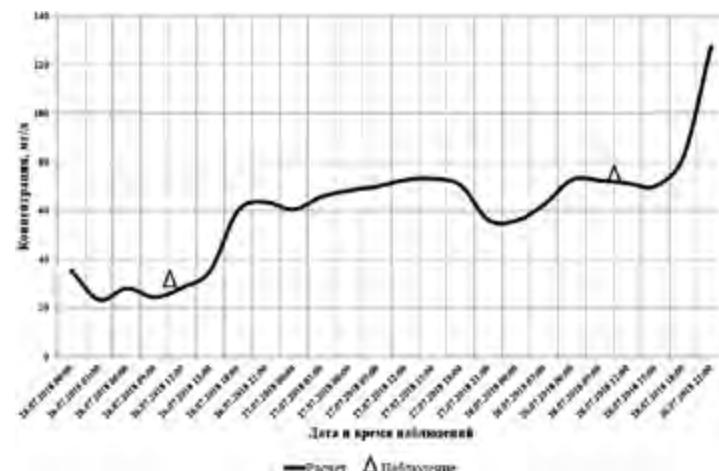


Рис. 9. Расчетные и наблюденные значения концентрации взвешенного вещества при восточном ветре в точке В в период 26–28.07.2018 г.

Предложенный в настоящей работе подход позволил выполнить оценку пространственно-временных особенностей распределения взвешенных наносов на взморье Дона при разных гидродинамических ситуациях. Свойства используемой двухслойной математической модели дали возможность быстро адаптировать ее для Таганрогского залива, отличающегося большой неоднородностью глубин. Численная реализация модели на высокопроизводительных системах позволяет оперативно получать результаты для долгосрочных прогнозов.

*Публикация подготовлена в части анализа седиментационных процессов в рамках реализации ГЗ ЮНЦ РАН № гр. проекта ААА-А18-118122790121-5, в части разработки методов численного моделирования в рамках научного проекта РФФИ 18-05-80010 «Исследование и прогноз опасных гидрометеорологических и геолого-геоморфологических процессов в районах функционирования стратегических объектов на Азово-Черноморском побережье (исторические и современные аспекты)». Расчеты выполнены на кластере ЦКП «Высокопроизводительные вычисления».*

#### Список литературы

1. Ивлиева О.В. Особенности осадконакопления в Азовском море во второй половине XX века. Ростов-на-Дону: Изд. ЮФУ, 2009, 320 с.
2. Сорокина В.В. Бердников С.В. Математическое моделирование терригенного осадконакопления в Азовском море // Океанология, 2008, т. 48, № 3, с. 456–466.
3. Хрусталев Ю.П. Закономерности осадконакопления во внутренних континентальных морях аридной зоны. Л.: Наука, 1989, 261 с.
4. Хрусталев Ю.П., Ивлиева О.В. Проблемы антропогенной морской седиментологии (на примере Азовского моря) Ростов-на-Дону: Гефест, 1999, 196 с.
5. Чикина Л. Г., Чикин А. Л. Математическая модель процесса заилиения подходных судоходных каналов в Таганрогском заливе // Математическое моделирование, т. 21, № 2, 2009, с. 29–35.
6. Чикин А.Л. Об одном из методов расчета параметров течений в водоемах с большой неоднородностью глубин. Водные ресурсы, 2005, т. 32, № 1, с. 55–60.
7. Чикин А.Л., Шабас И.Н., Сидиропуло С.Г. Моделирование процесса переноса загрязняющего вещества в Цимлянском водохранилище // Водные ресурсы, 2008, т. 35, № 1, с. 53–59.

## NUMERICAL STUDY OF THE PROCESS OF THE RIVER DON SUSPENDED SOLIDS RUNOFF DISTRIBUTION IN THE TAGANROG BAY USING A MATHEMATICAL MODEL

**A.V. Kleshhenkov<sup>1</sup>, V.V. Sorokina<sup>1</sup>, A.L. Chikin<sup>1</sup>, L.G. Chikina<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Southern Scientific Center of RAS

<sup>2</sup>South Federal University

geo@ssc-ras.ru, v.sorok@mail.ru, chikin1956@gmail.com, lchikina@sfedu.ru

**Abstract.** The basic equations describing the mathematical model of the process of transfer and sedimentation of solid runoff from the Don to the Taganrog Bay are given. Hydrodynamics is described by a two-layer model of wind currents, the transport component is described by the convection-diffusion equation. The process of sediment accumulation of suspended sediments on the mouth of the Don has been considered under different wind situations. It is shown that under the action of the east wind of 6–8 m/s during the entire settlement period (6–7 calendar days) the water movement in the Taganrog Bay is progressive, and under the action of the south-west wind of the same speed, the pattern of current lines changes in time from the progressive movements on the first day to the formation of two circulation zones in the area of the city of Taganrog and in the central part of the Don mouth seaside. It is shown that the fields of suspended matter concentration are similar for different fractions of solids. Under the action of the east wind, they stretched along the extension of the axis of the main branches of the delta at the bay, under the action of the south-west – pressed to the mouths of branches. During the eastern wind surges, the heavy fractions of sediment settle in the area of the Azov-Don navigable canal, and the light ones are carried by the stream towards the bay. During the western wind surges, the sedimentation of the suspended solids occurs near the wellhead, the heavy fractions form three areas of deformation of the bottom near the mouths of the main branches of the delta, the light ones – only two areas.

**Keywords:** suspended solids, sedimentation, mathematical model, transport equation, computational experiment.

### References

1. *Hrustalev Y.P. Zakonomernosti osadkonakopleniya vo vnutrikontinental'nyh moryah aridnoj zony.* L.: Nauka, 1989, 261 s. (in Russian).
2. *Hrustalev Y.P., Ivlieva O.V. Problemy antropogennoj morskoj sedimentologii (na primere Azovskogo morya)* Rostov-na-Donu: Gefest, 1999, 196 s. (in Russian)
3. *Ivlieva O.V. Osobennosti osadkonakopleniya v Azovskom more vo vtoroj polovine HKH veka.* Rostov-na-Donu: Izd. YUFU, 2009, 320 s. (in Russian)
4. *Sorokina V.V., Berdnikov S.V. Mathematical Modeling of the Terrigenous Sedimentation in the Sea of Azov* // Oceanology, 2008, Vol. 48, No. 3, pp. 418–427. (in Russian)
5. *Chikina L.G., Chikin A.L. Matematicheskaya model' processa zaileniya podhodnyh sudohodnyh kanalov v Taganrogskom zalive* // Matematicheskoe modelirovanie, t. 21, № 2, 2009, s. 29–35. (in Russian)
6. *Chikin A.L. Dvuhslojnaya matematicheskaya model' vetrovyh techenij v vodoemah, imeyushchih bol'shie ploshchadi melkovod'ya* // Matem. modelirovanie, 2009, t. 21, № 12, s. 152–160. (in Russian)
7. *Chikin A.L., Shabas I.N., Sidiropulo S.G. Modeling Pollutant Transport in the Tsimlyanskoe Reservoir* // Water Resources, 2008, v. 35, №. 1, p. 51–57. (in Russian)